الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — المقاطعة الثانية لولاية البويرة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — دورة: ماي 2017

الشعب: آداب و فلسفة، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (06 نقاط)

– عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات المقدمة مع التبرير :

1) الأعداد : $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ تمثل حدودا متتابعة من متتالية :

a) حسابية — b) هندسية — c) لاحسابية ولا هندسية

2) الحد الذي يساوي 2017 من المتتالية (u_n) المعرفة على IN^* بحدها العام $u_n = 2n-3$ ، رتبته هي :

a) 4031 — b) 1010 — c) 4028

3) عبارة الحد العام للمتتالية الهندسية (v_n)، التي حدها الأول $v_0 = 2$ و أساسها $q = -\frac{3}{2}$:

a) $v_n = (-\frac{3}{2})\,(2)^n$ — b) $v_n = 2(-\frac{3}{2})^n$ — c) $v_n = -2(\frac{3}{2})^n$

4) إذا كانت المتتالية (u_n) ثابتة حيث $u_1 = a$ (مع $a \neq 0$)، فإن المجموع $S=u_1+u_2+\ldots+u_{100}$ هو:

a) $S=a$ — b) $S=\frac{1-a^{100}}{1-a}$ — c) $S=100a$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0[3]$.
3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.
4. بين أن العدد $7 \times 10^{2017} + 5 \times 10^{1438}$ يقبل القسمة على 3.
5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددان $n - 2$ و 10^n متوافقين بترديد 3.

التمرين الثالث: (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـِ: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (f' : الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. بيّن أن منحني الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.
6. تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x+2)^2(1-x)$.
7. عيّن فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) في نفس المعلم السابق.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. العددان 2017 و 1438 متوافقان بترديد 6
2. إذا كان a عددا صحيحا يحقق $a \equiv -4[5]$ فإن باقي قسمة العدد a^{704} على 5 هو 1.
3. إذا كان a وb عددين صحيحين يحققان: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv -1[7]$ فإن العدد $a+2b$ مضاعف للعدد7
4. عدد جميع القواسم الصحيحة للعدد 126 هو 16.
5. إذا كان احتمال حادثة بسيطة A هو $P(A)=\frac{3}{4}$ فإن احتمال الحادثة العكسية لها هو $P(\bar{A})=\frac{4}{3}$
6. عند رمي حجر نرد متوازن ذي ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 فاحتمال ظهور رقم فردي على الوجه هو $\frac{1}{6}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

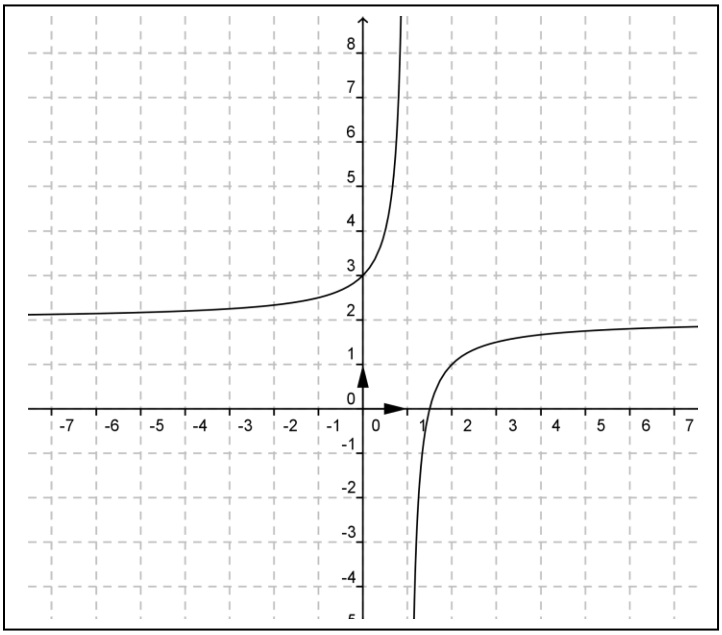
في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولاية البويرة 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرمز بِـ v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005+n$.

1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2.
2. أوجد علاقة بين v_{n+1} و v_n.
3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02 .
4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n.
5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟(تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f دالة ناطقة معرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (انظر التمثيل المقابل)



1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f.
2. حدّد من البيان معادلات للمستقيات المقاربة للمنحنى (Cf).
3. صِف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x)=3$ ، $f(x)=1$
5. عين من البيان حلول المتراجحة $f(x)>3$.

نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعبارة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.
7. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تخمينك السابق.
8. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.
9. أثبت وجود مماسين للمنحني (Cf) ، معاملا توجيهيهما مساويان لـ 1، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

التمرين الأول

السؤال	الإجابة	التبرير المقترح	العلامة
1	a	الوسط الحسابي $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1=2\left(\frac{1}{2}\right)$	1 ;5
2	b	$u_n=2017$ معناه: $2n-3=2017$ أي $2n=2020$ إذن $n=1010$	1 ;5
3	b	$v_n=v_0q^n=2(-\frac{3}{2})^n$	1 ;5
4	c	$S=100a$	1 ;5

التمرين الثاني

1	باقي قسمة 100 على 3 هو 1 لأن $100=33(3)+1$	1
2	لدينا: $10\equiv1[3]$ اذن $10^n\equiv1^n[3]$ أي: $10^n\equiv1[3]$ ومنه $10^n-1\equiv0[3]$	1
3	$a^7\equiv1[3]$ ومنه $4a^7\equiv4[3]$ إذن : $4a^7-6\equiv4-6[3]$ أي $4a^7-6\equiv-2[3]$ وبالتالي $4a^7-6\equiv1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7-6$ على 3 هو 1	1
4	لدينا: $10^n\equiv1[3]$ إذن: $10^{2017}\equiv1^{2017}[3]$ وكذلك: $10^{1438}\equiv1^{1438}[3]$ ، إذن: $(7)10^{2017}\equiv7[3]$ و $(5)10^{1438}\equiv5[3]$ إذن: $(7)10^{2017}+(5)10^{1438}\equiv12[3]$ وبما أن 12 مضاعف ل 3 فإن العدد $(7)10^{2017}+(5)101438$ مضاعف للعدد 3	1 ;5
5	يكون العددان متوافقان بترديد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n\equiv1[3]$ إذن $n-2\equiv1[3]$ أي: $n\equiv0[3]$. وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k\ ;\ k\in Z$	1 ;5

التمرين الثالث

1	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} -x^3=+\infty$ $\qquad$ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} -x^3=-\infty$	1
2	$f'(x)=-3x^2-6x=-3x(x+2)$	0 ;5
3	إشارة المشتقة: $f'(x)=0$ يعني $x=0$ أو $x=-2$	1 ;5

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

4	احداثيات نقطة الانعطاف: $f''(x)=0$ و f'' تغير إشارتها يعني نقطة الانعطاف: $A(-1\ ;2)$	1
5	معادلة المماس: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ نجد: $(\Delta):\ y=3x+5$	1
6	$(x+2)^2(1-x)=(x^2+4x+4)(1-x)=x^2+4x+4-x^3-4x^2-4x=-x^3-3x^2+4=f(x)$	0 ;5
7	نقط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x)=0$ نجد $x=-2$ أو $x=1$. إذن النقطتان: $B(1\ ;0)\ ;\ C(-2\ ;0)$ نقط التقاطع مع محور التراتيب: نحسب $f(0)$ نجد النقطة $D(0\ ;4)$	1 0 ;5
7	الرسم	1

تصحيح الموضوع الثاني:

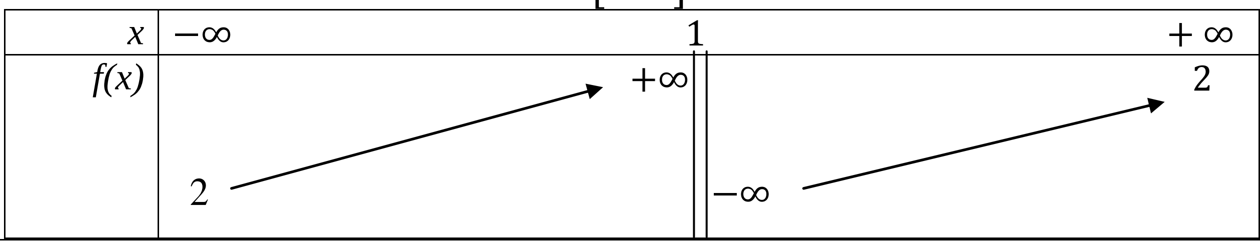
التمرين الأول

السؤال	الجواب	التبرير	العلامة
1	خطأ	2017−1438 = 579 وهذا العدد لا يقبل القسمة على 6	1
2		$a\equiv -4[5]$ يعني $a\equiv 1[5]$ إذن: $a^{704}\equiv 1[5]$ ومنه $a^{704}\equiv 1[5]$	1
3	صحيح	$a \equiv 2[7]$ و $b \equiv -1[7]$ فإن $2b \equiv -2[7]$ ومنه $a+2b \equiv 0[7]$ فالعدد $a+2b$ مضاعف للعدد 7	1
4	خطأ	$2*3^2*7 = 126$. عدد القواسم الصحيحة الموجبة هو (2)(3)(2)=12 ، أي 24 قاسم صحيح	1
5	خطأ	$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$	1
6	خطأ	مجموعة النتائج الممكنة: {6; 5; 4; 3; 2; 1} أذا اعتبرنا الحادثة A: ظهور عدد فردي: A= {1 ;3 ;5} فإن: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	1

التمرين الثاني

السؤال	التبرير	العلامة
1	$v_0 = 7500$ و $v_1 = v_0 + 0{,}02v_0 = 7500+0{,}02(7500) = 7650$ $v_2 = v_1 + 0{,}02v_1 = 7650+0{,}02(7650) = 7803$	1 ;5
2	$v_{n+1} = v_n + 0{,}02v_n = v_n(1+0{,}02) = (1{,}02)\, v_n$	1
3	$v_{n+1} = 1{,}02\, v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 1 ;02	0 ;5
4	$v_n = v_0(1{,}02)^n = 7500\,(1{,}02)^n$	1 ;5
5	عدد السكان المتوقع سنة 2020 : نحسب الدليل n السنة : n = 2020−2005 =15 $u_{15} = 7500\,(1{,}02)^{15} = 10094$	1 ;5

التمرين الثالث

السؤال	التبرير	العلامة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ $\quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = -\infty$ $\quad \lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = +\infty$	1
2	معادلات المستقيمات المقاربة: x = 1 ، y = 2	1
3	اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ وعلى $]-\infty;1[$ 	1
4	حلول المعادلة f(x) = 3 هي {0} . حلول المعادلة f(x) = 1 هي {2}	1
5	حلول المتراجحة f(x) >3 هي]0 ;1[	1
6	$2 - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = \frac{2x-2-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x-1} = f(x)$	1
7	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ $\quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} f(x) = -\infty$ $\quad \lim_{x \overset{<}{\to} 1} f(x) = +\infty$	1
8	موجبة دوما لأن البسط عدد موجب والمقام مربع تام فهو موجب تماما	1

9	إثبات وجود المماسين: نحل المعادلة $f'(x) = 1$ أي $\frac{1}{(x-1)^2} = 1$ نجد $(x-1)^2=1$ $x^2-2x=0$ أي $x(x-2) = 0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=2$	1

الرسم

